第10講　約数と倍数
PART1　約数と倍数

要点① 約数と倍数

整数 $\begin{cases} \text{正の整数（自然数）} & 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots \\ 0 & \\ \text{負の整数} & -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\cdots \end{cases}$

2つの整数 a，b について，ある整数 k を用いて

$a=bk$

と表されるとき

a は b の「　　」（a は b で割り切れる）

b は a の「　　」

という。

例　$6=2\cdot3$ より，6は2の　　であり，2は6の　　である。

また，$a=bk$ のとき，$a=\quad\cdot\quad$ であるから，b が a の約数のとき，$-b$ も a の約数である。

例　$10=1\cdot\quad=2\cdot\quad$ より，10の約数は　，　，　，　，　，　，　，　である。

これらをまとめて，±1，±2，±5，±10 のように書くことができる。

$a=1\times a$ であるから，1と -1 はすべての整数の約数である。

また，$0=a\times0$ であるから，0はすべての数の倍数であり，すべての数は0の約数である。

とくに，2の倍数を「　　」，2の倍数でない整数を「　　」という。

要点② 倍数の判定法

ある自然数が，どのような自然数の倍数かを判定する方法のうち，主なものは以下。

倍数の判定法(1)

2の倍数 … 「　　　　」の数が2の倍数（0，2，4，6，8）

5の倍数 … 「　　　　」の数が5の倍数（0，5）

4の倍数 … 「　　　　」が4の倍数

（説明）

$256=250+6=25\times10+6$ のように，ある整数は

（10 の倍数）＋（一の位の数）

と表すことができる。$10=2\cdot5$ であるから，10 の倍数は 2 の倍数である。

よって，ある整数の一の位の数が 2 の倍数であれば，その整数は 2 の倍数である。

同様に，10 の倍数は 5 の倍数であるから，ある整数の一の位の数が 5 の倍数であれば，

その整数は 5 の倍数である。

また，$4196=4100+96=41\times100+96$ のように，ある整数は

（100 の倍数）＋（下 2 桁の数）

と表すことができる。$100=4\cdot25$ であるから，100 の倍数は 4 の倍数である。

よって，ある整数の下 2 桁が 4 の倍数であれば，その整数は 4 の倍数である。

4196 は 4 の倍数である。

また，3 の倍数，9 の倍数には，以下のような判定法がある。

倍数の判定法(2)

3 の倍数 …「　　　　　　　　　　」が 3 の倍数

9 の倍数 …「　　　　　　　　　　」が 9 の倍数

（説明）

$$\begin{aligned}3859&=3\times1000+8\times100+5\times10+9\\&=3\times(999+1)+8\times(99+1)+5\times(9+1)+9\\&=3\times999+8\times99+5\times9+3+8+5+9\\&=9(3\times111+8\times11+5\times1)+(3+8+5+9)\end{aligned}$$

のように，ある整数は

（9 の倍数）＋（各位の数の和）

と表すことができる。$9=3\cdot3$ より，9 の倍数は 3 の倍数である。

よって，ある整数の各位の数の和が 3 の倍数であれば，その整数は 3 の倍数であり，

ある整数の各位の数の和が 9 の倍数であれば，その整数は 9 の倍数である。

3859 は 3 の倍数ではない。

1 (1)(i) 24 の正の約数をすべて求めよ。

(ii) 15 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

(2) 5 桁の自然数 2854□が 3 の倍数かつ 5 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

Point Pickup

約数と倍数

2 つの整数 a，b について，$a=bk$ (k は整数) と表されるとき

a は b の倍数であり，b は a の約数である。

倍数の判定法

2 の倍数 …「 一の位 」の数が 2 の倍数

5 の倍数 …「 一の位 」の数が 5 の倍数

4 の倍数 …「 下 2 桁 」が 4 の倍数

3 の倍数 …「 各位の数の和 」が 3 の倍数

9 の倍数 …「 各位の数の和 」が 9 の倍数

第10講 PART1 確認問題

1 77の正の約数をすべて求めると，

1, [ア], [イウ], 77

である。

2 25の正の倍数を小さい方から4個求めると，

25, [エオ], [カキ], [クケコ]

である。

3 5桁の整数2345□が2の倍数かつ3の倍数であるとき，□に入る数字は [サ] である。

第 10 講　約数と倍数

PART1　約数と倍数

1　(1)(i)　24 の正の約数をすべて求めよ。

(ii)　15 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

(2)　5 桁の自然数 2854□が 3 の倍数かつ 5 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

[解答]

(1)(i)　$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ より，24 の正の約数は

1，2，3，4，6，8，12，24

(ii)　15 の正の倍数は，小さい順に $15 \cdot 1, 15 \cdot 2, 15 \cdot 3, 15 \cdot 4, 15 \cdot 5$

すなわち 15，30，45，60，75

(2)　2854□が 5 の倍数となるのは □＝0，5 のとき

□＝0 のとき　2＋8＋5＋4＋□＝19＋0＝19　　これは 3 の倍数ではない

□＝5 のとき　2＋8＋5＋4＋□＝19＋5＝24　　これは 3 の倍数である

したがって，求める数は 5

第10講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：7，イウ：11

[解説]

$77=1\cdot 77,\ 7\cdot 11$ [A]

よって，77の正の約数は，

1，**7**，**11**，77

[A]　2つの数の積の形をつくる。

2

[正解] エオ：50，カキ：75，クケコ：100

[解説]

25の正の倍数を小さい方から順に4個求めると，

$25\times 1,\ 25\times 2,\ 25\times 3,\ 25\times 4$ [B]

すなわち，

25，**50**，**75**，**100**

[B]　25の倍数は $25\times$(整数)の形で表される数。

3

[正解] サ：4

[解説]

2345□が2の倍数となるのは，一の位が偶数になるときであるから，[C]

□$=0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8$

2345□が3の倍数となるのは，各位の数の和が3の倍数のときである。[D]

各位の数の和は，$2+3+4+5+$□$=14+$□

これが3の倍数になるのは，□$=1,\ 4,\ 7$

よって，求める数は，**4**

[C]　2の倍数…「一の位」が2の倍数(偶数)

[D]　3の倍数…「各位の数の和」が3の倍数